Множини, операції з множинами. Простір елементарних подій

Теорія ймовірностей має справу з закономірностями, які мають місце з випадковими подіями, тобто з подіями, що при одних і тих самих умовах або мають місце, або ні. Найпростіший приклад випадкової події – результат кидання монети. Ми не можемо наперед передбачити, що випаде в окремому випадку. Може бути і «герб», і «решка» – залежить від випадку. Проте якщо продовжувати експериментувати з кидками монети, то виявимо чітку закономірність: кількість випадінь «герба» і «решки» приблизно однакові. Трапляються значно складніші випадкові події. Кількість можливих результатів того чи іншого стохастичного експерименту (результати якого є випадковими) може перевищувати два або кілька. Окрім того, результат сам може бути складеним з кількох величин або властивостей. Для того, щоб повністю описати випадкову подію, нам знадобиться деякий апарат теорії множин.

Визначення 1. Множиною M будемо називати невпорядковану сукупність однорідних або різнорідних елементів. Елементи множини M зазвичай позначаються малими латинськими літерами $a, b, c \dots$. Позначення $a \in M$ ($a \notin M$) означає, що a є (не є) елементом M.

Множини бувають скінчені (зі скінченою кількістю елементів) та нескінченними (з нескінченною кількістю елементів. Існують дискретні та неперервні множини. До неперервних множин можна віднести геометричні фігури і тіла. До дискретних – множини натуральних та цілих чисел та інше.

Для множин вводять операції.

Визначення 2. Об'єднанням множин M і N будемо називати множину $M \cup N$, елементи якої належать або M, або N: $a \in M \cup N$, якщо $a \in M \vee a \in N$ (символ «$\vee$» - означає «або»).

Визначення 3. Перетином множин M і N будемо називати множину $M \cap N$, елементи якої належать і M, і N: $a \in M \cap N$, якщо $a \in M \wedge a \in N$ (символ «$\wedge$» - означає «і»).

Визначення 4. Різницею множин M і N будемо називати множину $M \setminus N$, елементи якої належать M, але не належать N: $a \in M \setminus N$, якщо $a \in M \wedge a \notin N$.

Визначення 5. Симетричною різницею множин M і N будемо називати множину $M \Delta N$, елементи якої належать $M \cup N$, але не належать $M \cap N$: $a \in M \Delta N$, якщо $a \in M \cup N \wedge a \notin M \cap N$.

Визначення 6. Декартовим добутком множин M і N будемо називати множину $M \times N$ усіх можливих впорядкованих пар, у яких перша компонента належить множині M, а друга — множині N.

Для наочності введених операцій можна використовувати рисунки, подібні до рис.1.

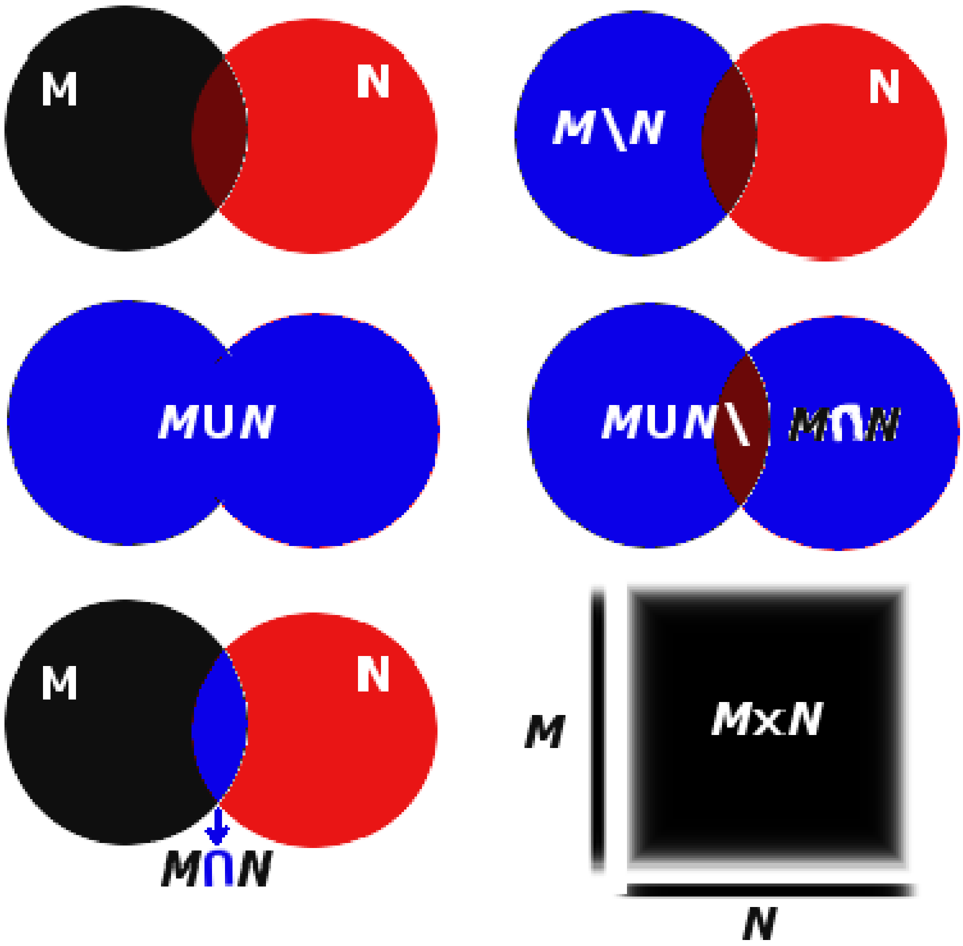

Рис.1.

Повернімось до випадкових подій. Той чи інший стохастичний експеримент можна описати за допомогою множини (сукупності) усіх можливих його елементарних наслідків – простору елементарних подій. Довільна підмножина простору елементарних подій є подією. Події утворюють алгебру подій з введеними вище операціями. Наприклад, стохастичний експеримент з кидання монети має простір елементарних подій, який складається з двох елементів: перший M відповідає випадінню «герба», другий N - «решки».