# Теореми додавання та множення ймовірностей

Припустимо, що є кілька експериментів з витягування навмання об'єктів з відомих сукупностей об'єктів. Об’єднаємо ці досліди в один, зсипаючи об'єкти в одну сукупність (рис.1).

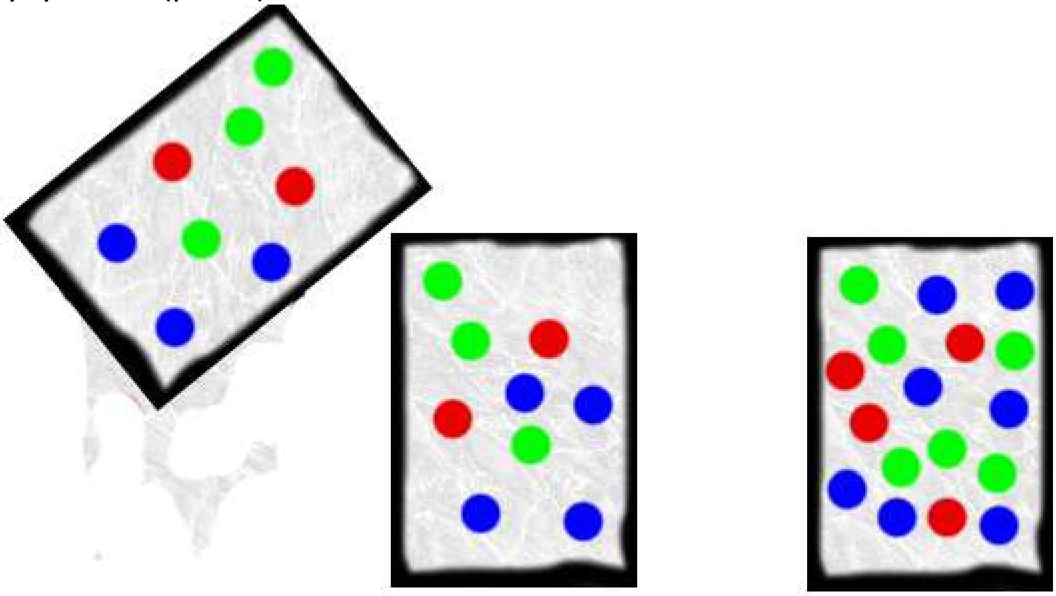

Рис.1.

Як обчислити ймовірність тої чи іншої події для нової сукупності об’єктів? Виявляється, що ймовірність можна знайти через ймовірності витягування об’єкта в кожному з первісних експериментів.

**Визначення 1.** Дві події $A_1, A_2$ називаються несумісними (сумісними), якщо вони не можуть (можуть) відбуватися одночасно в результаті певного експерименту або $A_1 \cap A_2 = \varnothing$ ($A_1 \cap A_2 \neq \varnothing$). Група подій $A_1, A_2, \dots, A_n$ називається групою несумісних подій, якщо будь-які дві події у групі є подіями несумісними.

**Теорема додавання для несумісних подій.** Ймовірність спостереження в деякому досліді однієї події із декількох несумісних подій $A_1, A_2, \dots, A_n$ дорівнює сумі ймовірностей появи кожної з подій окремо

$$P(A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n). \quad (1)$$

Якщо несумісні події утворюють повну групу подій, то:

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1. \quad (2)$$

Якщо події $A$ і $\bar{A}$ протилежні, то:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1. \quad (3)$$

Якщо дві події є $A_1, A_2$ сумісними, тобто, коли $A_1 \cap A_2 \neq \varnothing$ , то ймовірність спостереження в деякому досліді однієї з цих подій дорівнює:

$$P(A_1 \vee A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2). \quad (4)$$

Припустимо, що є два або кілька досліди. Наприклад, такими експериментами можуть бути кидання монети і кидання кості. Об'єднаємо ці два експерименти в один. Тобто або одночасно будемо кидати монету і кість, або проведемо один дослід безпосередньо за іншим. Як тоді знайти ймовірність появи тої чи іншої події? Наприклад, чому дорівнює ймовірність появи на кості одиниці, а на монеті герба?

**Визначення 2.** Подія $A$ називається залежною від події $B$, якщо ймовірність спостереження події $A$ залежить від того відбулась чи не відбулась подія $B$. При цьому ймовірність події $A$ обчислена при умові, що мала місце подія $B$ називається умовною ймовірністю події $A$ і позначається $P(A \setminus B)$.

**Теорема множення.** Якщо дві події $A$ і $B$ є незалежними, то ймовірність складної події, яка полягає у тому, що почергово виконуються події $A$ і $B$ дорівнює добутку ймовірності цих подій

$$P(A \wedge B) = P(A)P(B). \tag{5}$$

Якщо події $A$ і $B$ залежні, то ймовірність складної події рівна добутку ймовірності однієї з них на умовну ймовірність іншої

$$P(A \wedge B) = P(B)P(A \setminus B) = P(A)P(B \setminus A). \tag{6}$$