Випробовування з повтореннями. Формула Бернуллі. Формула Пуассона

Іноді досліди повторюють кілька або багато разів. У багатьох випадках цікавляться кількістю появи події A, не дивлячись на послідовність її появи. Наприклад, монету можуть кидати двадцять разів. Можна цікавитися ймовірністю того, що з двадцяти кидків «герб» випаде шість разів. Взагалі ми будемо цікавитися лише появою A і його не появою. Тобто усі несприятливі результати в одному експерименті будемо поєднувати в одну подію $\bar{A}$, протилежну до сприятливого результату.

Припустимо, що ймовірність появи A в одному досліді становить p . Тоді ймовірність $\bar{A}$ становить $q=1-p$. Потрібно знайти ймовірність $P_n(m)$ того, що в n випробуваннях подія A настане m раз. Зазначені вище досліди називаються випробуваннями Бернуллі з параметром p, а вся серія експериментів називається біноміальним експериментом з параметрами (n, p), позначаються відповідно $B(p)$ і $B(n, p)$.

Формула Бернуллі. За допомогою основних теорем теорії ймовірності можна показати, що

$$P_n(m)=C_n^m p^m q^{n-m}=\frac{n!}{m!(n-m)!}p^m q^{n-m}. \qquad (1)$$

Співвідношення (1) можна використовувати на практиці лише для невеликих значень n. Для великих же n є труднощі з обчисленням $n!$ У таких випадках (1) замінюють наближеною формулою Пуассона.

Формула Пуассона. При $n\to\infty,\ \ p\to 0$, але $np\to a$, $a\in(0;+\infty)$, ймовірність

$$P_n(m)\to\frac{a^m}{m!}e^{-a}. \qquad (2)$$

На практиці $n\to\infty,\ \ p\to 0,\ \ np\to a$ означає $p<0{,}1;\ \ np\le 10$, $np\approx a$.