

Дискретна випадкова величина. Закон розподілу та числові характеристики дискретної випадкової величини

До цього часу ми переважно розглядали окремі випадкові події та встановлювали ймовірність появи того чи іншого результату в ході окремого експерименту. Проте дуже часто нас цікавить тривале спостереження за величиною, яке приймає випадкові значення. Наприклад, ми можемо щодня занотовувати температуру повітря о восьмій ранку. Можемо стежити за вологістю повітря, тощо. Дані можна заносити до таблиці. В результаті, отримуємо випадкові числа. Стежачи за такою величиною досить довго ми можемо виявити певні закономірності, які дозволять нам передбачити, що буде з величиною у майбутньому.

Визначення 1. Величина, яка приймає значення, що залежать від випадку називається випадковою величиною (позначають великою латинською літерою, наприклад, X). Якщо ці значення є дискретними, тоді величина називається дискретною випадковою величиною.

Визначення 2. Законом розподілу випадкової величини X , називається будь-яке правило, яке дозволяє обчислювати ймовірності того, що величина приймає певні значення.

Закон розподілу можна задавати у табличній або графічній формі. Найчастіше ми будемо використовувати табличну форму. У першому рядку таблиці будемо записувати всі можливі значення випадкової величини. У другому – відповідні значення ймовірностей. Сума значень другого рядку, очевидно, повинна дорівнювати одиниці $\sum_{i=1}^n p_i = 1$.

x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_n
p_i	p_1	p_2	p_3	...	p_n

Визначення 3. Математичним сподіванням дискретної випадкової величини X називається вираз

$$MX = \sum_{i=1}^n x_i p_i . \quad (1)$$

Властивості MX :

1. $MC = C, C = const.$
2. $M(AX + BY) = AMX + BMY, A, B$ - числа.

Визначення 4. Дисперсією дискретної випадкової дискретної величини X називається вираз

$$DX = \sum_{i=1}^n (x_i - MX)^2 p_i = M(X - MX)^2. \quad (2)$$

Властивості дисперсії:

1. $DX = MX^2 - (MX)^2.$
2. $DX \geq 0$
3. $DC = 0, C = const.$
4. $D(AX + BY) = A^2DX + B^2DY, A, B$ - числа.

Визначення 5. Функцією розподілу ймовірностей випадкової величини X називається функція вигляду

$$F(x) = P(X < x),$$

де $P(X < x)$ - ймовірність того, що випадкова величина приймає значення менші, ніж x .

Властивості $F(x)$:

1. $0 \leq F(x) \leq 1$, тобто $F(x)$ невід'ємна, обмежена функція. Впливає з означення її як ймовірності події.
2. $\forall x_1, x_2$ при $x_1 < x_2, F(x_2) - F(x_1) = P(x_1 \leq X < x_2).$
3. $\forall x_1, x_2$ при $x_1 < x_2, F(x_1) < F(x_2).$
4. $F(-\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0, F(+\infty) = \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1.$
5. $\forall x_0 \in (-\infty; +\infty) \lim_{x \rightarrow x_0-0} F(x) = F(x_0).$
6. $P(X \leq x) = F(x+0).$
7. $P(X \geq 1) = 1 - F(x).$