

Потенціал подвійного шару

Відомо, що не усі фізичні тіла мають суттєву провідність, тобто мають заряди у вільному стані, але, тим не менше, вони реагують на зовнішнє поле, поляризуються. Для того, щоб коректно описати поле, яке виникає під дією поляризації таких тіл, розглянемо пару точкових зарядів q і $-q$ (диполь), які знаходяться в точках Q і Q' на малій відстані l (\vec{l} - вісь диполя) один від одного (рис.1).

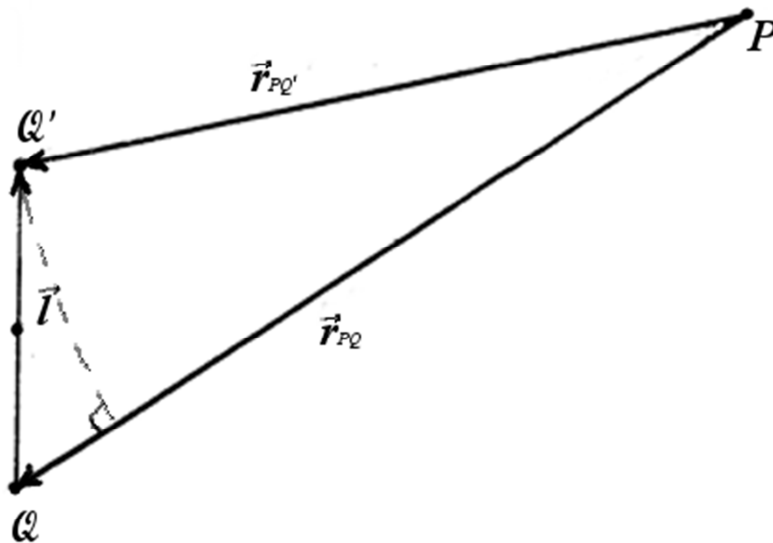


Рис.1.

Потенціал електростатичного поля цієї пари зарядів в довільній точці P можна розрахувати за допомогою принципу суперпозиції:

$$\varphi(P) = q \left(\frac{1}{r_{PQ}} - \frac{1}{r_{PQ'}} \right) = q \frac{r_{PQ'} - r_{PQ}}{r_{PQ} r_{PQ'}} \approx ql \frac{\cos(\vec{r}_{PQ}, \vec{l})}{r_{PQ}^2}$$

Якщо дипольний момент $d = ql = \text{const}$, то границя потенціалу становить

$$\varphi(P) = d \frac{\cos(\vec{r}_{PQ}, \vec{l})}{r_{PQ}^2}. \quad (1)$$

Розглянемо тепер подвійний шар - орієнтовану поверхню S , вздовж якої розподілений диполь з щільністю $\mu(Q)$. При цьому в кожній точці Q нехай

напрямок \vec{l} осі диполя збігається з напрямком зовнішньої нормалі \vec{n} до S в точці Q . Тоді, подібно до попередніх лекцій, можна знайти **потенціал подвійного шару**

$$\varphi(P) = \iint_S \mu(Q) \frac{\cos(\vec{r}_{PQ}, \vec{n})}{r_{PQ}^2} dS. \quad (2)$$

Основні властивості потенціалу подвійного шару.

1) Потенціал подвійного шару зовні S має всюди похідні всіх порядків і задовольняє рівнянню Лапласа.

2) Потенціал подвійного шару прямує до нуля на нескінченності.

3) Нехай точка P знаходиться зовні поверхні S і наближається до точки $Q_0 \in S$. Якщо при такому наближенні потенціал подвійного шару $\varphi(P)$ прямує до деякої скінченної границі, то говорять, що потенціал подвійного шару набуває в точці Q_0 граничного значення. **Потенціал подвійного шару (2) терпить розрив при переході точки P через поверхню S .**

Зауваження: Порівняйте потенціал подвійного шару з похідною по нормалі від потенціалу простого шару.

4) Потенціал подвійного шару (2) має границі при прямуванні точки P до точки $Q_0 \in S$ зовні або зсередини.

5) Позначимо границю значень $\varphi(P)$ ззовні через $\varphi_+(Q_0)$, а границю зсередини – через $\varphi_-(Q_0)$, то мають місце формули

$$\varphi_+(Q_0) = \varphi(Q_0) - 2\pi\mu(Q_0), \quad \varphi_-(Q_0) = \varphi(Q_0) + 2\pi\mu(Q_0), \quad (3)$$

де $\varphi(Q_0) = \iint_S \mu(P) \frac{\cos(\vec{r}_{Q_0Q}, \vec{n})}{r_{Q_0Q}^2} dS$.

6) Безпосередньо з (3) отримуємо, що величина скачка потенціалу подвійного шару в довільній точці $Q_0 \in S$:

$$\varphi_+(Q_0) - \varphi_-(Q_0) = 4\pi\mu(Q_0). \quad (4)$$

7) Потенціал подвійного шару є неперервною всередині S включно з S і неперервною ззовні S включно з S функцією.

Доведення властивостей можна знайти в книзі:

[Гюнтер Н. Теория потенциала и ее применение к основным задачам математической физики. М.: ГИТТЛ, 1953](#)