Практика 1. Простір елементарних подій.
Класичне визначення ймовірності

Задача 1. Гральну кість кидають два рази. Записати простір елементарних подій у цьому видаку.

Розв'язання. Кожну елементарну подію будемо позначати за допомогою двох цифр. Наприклад, подія 11 означатиме, що на кості двічі випадає одиниця. Простір елементарних подій виглядатиме так:

$$\Omega = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36,$$
$$41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\} .$$

У Ω міститься всього 36 елементів.

Задача 2. Одночасно кидають дві гральні кості.

Записати простір елементарних подій у цьому видаку.

Розв'язання. Кожну елементарну подію і в цій задачі будемо позначати за допомогою двох цифр. Наприклад, подія 11 означатиме, що на костях випали одиниці. Відмінність цього експерименту від експерименту попередньої задачі полягає в тому, що порядок цифр, що описують подію неважливий, оскільки кості однакові. Наприклад, 12 і 21 описують одну події. Використовуючи результати поперpredньої задачі, для простору елементарних подій кидання двох костей матимемо вираз:

$$\Omega = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 22, 23, 24, 25,$$
$$26, 33, 34, 35, 36, 44, 45, 46, 55, 56, 66\}.$$

У Ω міститься всього 6+5+4+3+2+1=21 елемент.

Задача 3. Зі скриньки, в якій є бронзові, мідні, латунні та сталеві деталі, беруть одну деталь. Події A_1, A_2 , A_3 , A_4 означають відповідно, що взята деталь бронзова, латунна, мідна, сталева. Простір елементарних подій у цьому випадку $\Omega = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$. Визначити події $B = A_1 \cup (\Omega \backslash A_3)$ і $C = A_4 \cap (\Omega \backslash A_2)$.

Розв'язання. Розглянемо подію $A_1 \cup (\Omega \backslash A_3)$. За визначенням різниці для неї матимемо $\Omega \backslash A_3 = \{A_1, A_2, A_4\}$ (різницю $\Omega \backslash A_3$ ще називають доповненням події A_3 і позначають $\overline{A_3}$). Тоді за визначенням об'єднання $B = \{A_1, A_2, A_4\}$.

Розглянемо тепер подію $C = A_4 \cap (\Omega \backslash A_2)$. Для неї $\Omega \backslash A_2 = \{A_1, A_3, A_4\}$. За визначенням перетину $C = A_4$.

Таким чином, подія B полягає в тому, що зі скриньки дістають або бронзову, або мідну, або сталеву деталь. Подія C - зі скриньки виймають сталеву деталь.

Задача 4. Партія деталей складається з різних 8 стандратних і 3 нестандратних. Яка ймовірність того, що вибрані на вманання 3 деталі будуть стандартними.

Розв'язання. Судячи з умови задачі, порядок вибору деталей не має значення. Оскільки деталі різні, то ми повинні використати сполучення без повторень. Всього деталей 11, тому різних варіантів вибору трьох довільних деталей є $n = C_{11}^3 = \frac{11!}{3!8!}$. Для того, щоб 3 вибрані деталі були стандартними необхідно відкинути усі браковані вироби, тоді кількість сприятливих варіантів є $m = C_8^3 = \frac{8!}{3!5!}$. Використовуючи класичне визначення ймовірності, для події A - вибрані на вманання 3 деталі будуть стандартними матимемо:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{8!^2}{11!5!} = 0,34 .$$

Задача 5. Протягом зміни приймальник прийняв у ремонт 9 годинників тієї самої марки від 9 різних осіб і перед закінченням зміни навмання розклав їх підряд на круглій полиці. Знайти ймовірність того, що чотири годинники, які належать певним особам, опинилися поруч.

Розв'язання. Нехай подія A — «чотири годинники, які належать певним особам, виявились поруч». Усі годинники розкладались навмання, тому вони могли розміститися в довільному порядку. Таким чином, можлива елементарна подія — переставлення годинників на поличці. Загальна кількість елементарних подій дорівнює кількості переставлень із 9 елементів, тобто $n = 9!$ Обчислимо тепер m. Для цього об'єднаємо 4 годинники певних осіб в одну групу. Тоді для події A буде 5! переставлень серед 5 годинників, які залишились; 4! переставлень буде у групі відібраних
годинників, а крім того, група із 4 годинників може бути розміщена в будь-якому із 5 проміжків між 5 годинниками (годинники розміщені по колу), які залишились. Використовуючи елементи комбінаторики, матимемо $m = 5!4!5$. Таким чином,

$$P(A) = \frac{5!4!5}{9!} = \frac{5}{126} = 0,04 .$$

Задача 6. Партія деталей складається з різних 6 стандратних (С) і 2 нестандратних (Н). Яка ймовірність того, що з вибраних на вманання трьох деталей деталей 2 будуть стандартними і 1 нестандартною. При цьому вибір деталей відбувається покроково з поверненням.

Розв'язання. Нехай подія A — «з вибраних на вманання трьох деталей деталей 2 будуть стандартними і 1 нестандартною». Деталі витягуються з поверненням, тому кожна з них може бути взята повторно. Тоді елементарна подія — розміщення з повторенням, загальна кількість елементарних подій $n = 8^3 = 512$. Знайдемо m . Дві стандартні з 6 деталей можна вибрати $6^2 = 36$ способами, а 1 нестандартну з 2 можна вибрати 2 способами, тобто маємо 72 способи. Окрім того, треба врахувати, що таких порядок вибору стандартних і нестандартних виробів може бути різним. Можливі такі три випадки ССН (вибрали дві стандартні, а потім одну нестандартну деталь), СНС і НСС. Тому $m = 216$. Остаточно маємо:

$$P(A) = \tfrac{216}{512} = \tfrac{27}{64} \approx 0,42 .$$